



UNIVERSITÀ
DI TRENTO

Bayes e Bias: aggiornare la probabilità

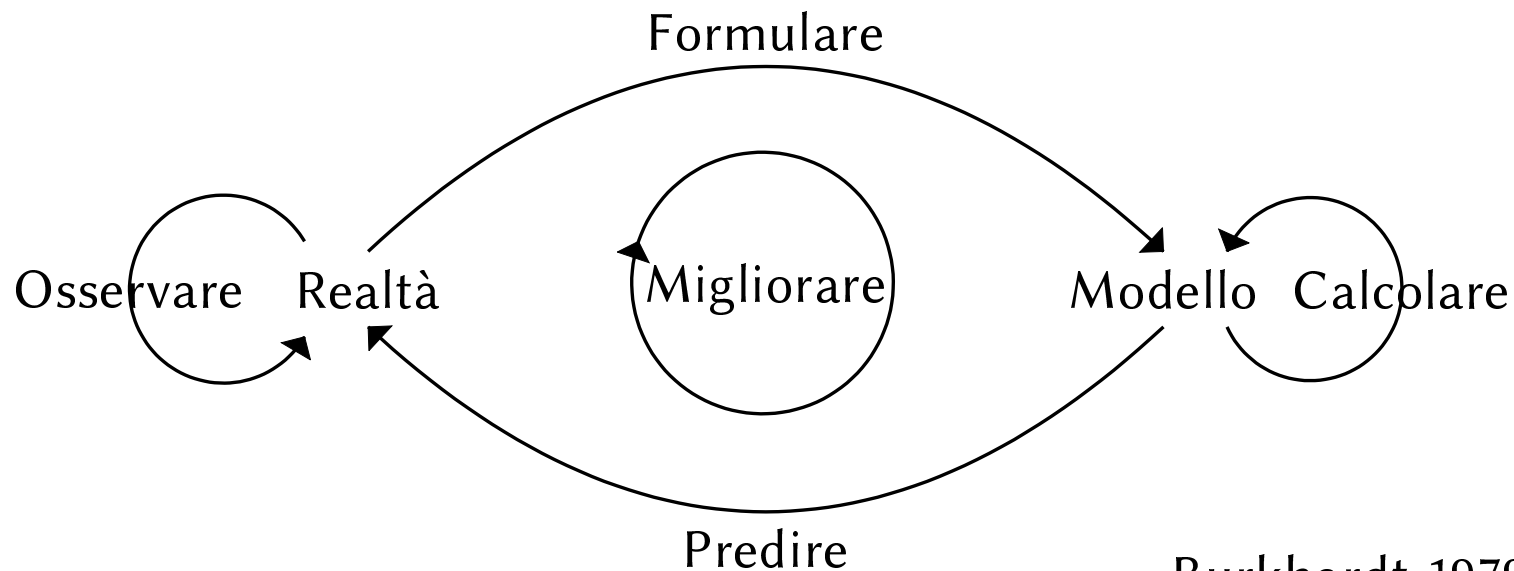
Pomeriggi UniCamente Matematici

LUIGI AMEDEO BIANCHI

Email: luigiamedeo.bianchi@unitn.it

Mondo e modello

Obiettivo: prendere decisioni razionali e sbagliare il meno possibile.



Burkhardt 1979

“Rigettare o trasformare man mano che nascono contraddizioni tra i risultati del calcolo ed il mondo reale, le ipotesi...” (V. Volterra, 1906)

Non avremo mai conoscenza perfetta: probabilità come misura di ignoranza o incertezza.

Due sistemi

Non solo: il flusso nello schema precedente viene interrotto da errori e pregiudizi (bias).

Gli esseri umani non sono automi, la psicologia è rilevante.

Non è nulla di nuovo, sono studi di Kahneman e Tversky degli anni Settanta e Ottanta.

Sistema 1 (“istintivo”): rapido, parallelo, automatico, senza sforzo, associativo, difficile da modificare, emotivo.

Esempio Respirare, intuire la provenienza di un rumore, leggere un cartellone pubblicitario, guidare in un'autostrada completamente vuota...

Sistema 2 (“calcolatore”): lento, sequenziale, controllato, faticoso, regolato, flessibile, logico.

Esempio Ascoltare qualcuno in una stanza rumorosa, notare una persona in un luogo affollato, richiamare qualcosa dalla memoria, camminare a una velocità superiore del normale, fare calcoli complessi, analisi logica...

Valentina

Valentina:

- Laurea in Scienze Sociali
- Tesi: *Disuguaglianza di genere nei luoghi di lavoro in Italia*
- Manifestazioni contro discriminazioni e distorsioni della finanza
- Discorso pubblico sul *gender gap* nel mondo universitario.

È più probabile che Valentina, oggi, lavori in una banca o che sia nell'ufficio “Pari Opportunità” di Banca Etica?

Ci verrebbe da rispondere la seconda...

... ma se attiviamo il sistema 2 ci possiamo accorgere della “fallacia della congiunzione”.

La probabilità di un sottoinsieme è minore o uguale di quella di ogni insieme che lo contiene.

Richiami di probabilità

Definizione *Una probabilità su un insieme U è una funzione che manda **ogni** sottoinsieme (evento) di U in un numero reale in $[0, 1]$ in modo che:*

$P(U) = 1$ e per ogni coppia di eventi disgiunti A e B , $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Qualunque funzione soddisfi queste regole è matematicamente ammissibile.

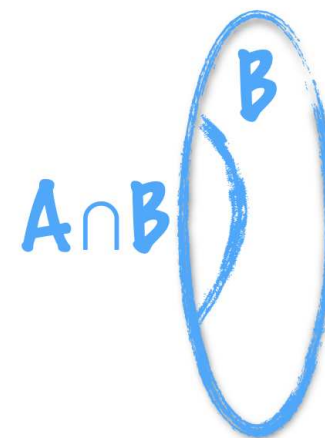
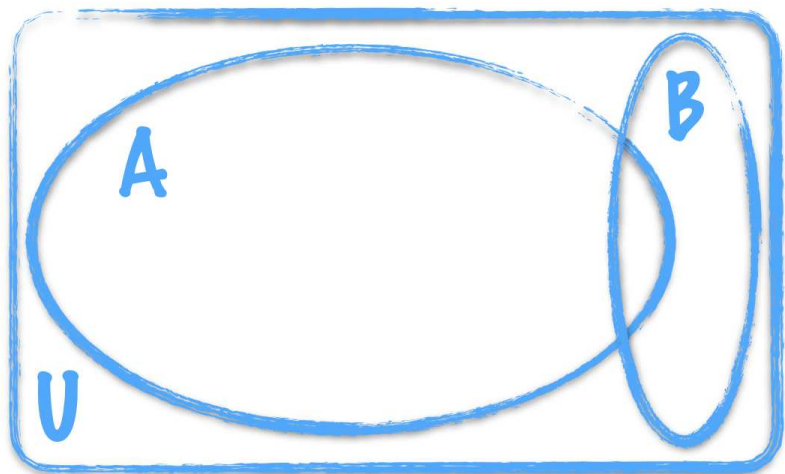
Dobbiamo dare (in maniera compatibile con le regole) un valore a ogni evento.

Domanda Qual è l'algoritmo per assegnare i valori?

Non esiste un algoritmo! Ci sono in realtà diversi modi, tutti compatibili con le regole, legati a interpretazioni filosofiche diverse (classica, frequentista, soggettiva...)

Osservazione Qualunque modo scegliamo, se soddisfa le regole gode di certe proprietà (tra cui la monotonia).

Probabilità condizionata



Definizione Dato un evento B a probabilità non nulla, $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Osservazione È una probabilità!

Valgono alcune proprietà interessanti, e.g. la regola del prodotto:

$$P(A \cap B|C) = \frac{P((A \cap B) \cap C)}{P(C)} = \frac{P(A \cap (B \cap C))}{P(B \cap C)} \cdot \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = P(A|B \cap C) \cdot P(B|C).$$

Condizionare... rispetto a cosa?

O. J. Simpson

Sotto accusa per l'omicidio della moglie

Ha precedenti per abusi nei suoi confronti

Difesa: $P(\text{marito assassino} \mid \text{abusi}) = \frac{1}{2500}$

Informazione completa: $P(\text{marito assassino} \mid \text{abusi} \wedge \text{moglie uccisa}) = \frac{9}{10}$

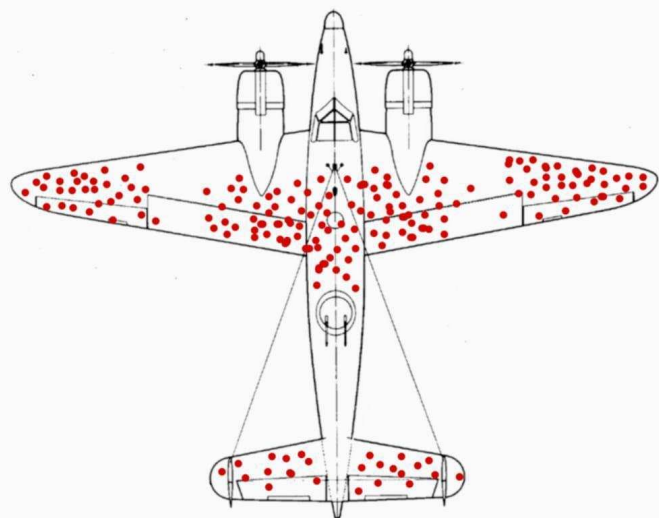


Abraham Wald

Seconda Guerra Mondiale: troppi aerei abbattuti

Indagine per capire dove corazzare

Stiamo condizionando al fatto che questi aerei sono rientrati alla base! Dobbiamo pensare a quelli che non sono rientrati.



Indipendenza

Intuitivamente due eventi sono indipendenti se non danno informazioni l'un l'altro.

Definizione Due eventi A e B sono indipendenti se $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Sembra un po' lontana dall'intuizione, ma...

Osservazione A e B sono indipendenti se e solo se $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$.

Spesso è un'ipotesi che facciamo sui nostri eventi, in mancanza di informazioni migliori, ma...

Sally Clark:

- Primo figlio morto in culla (12/1996)
- Secondo figlio morto in culla (01/1998)

La SIDS ha incidenza (probabilità) $1/8500$

La madre è innocente solo se entrambe le morti sono dovute a SIDS, ossia con probabilità

$$(1/8500)^2 \approx 1/72 \times 10^6 \approx 1.4 \times 10^{-8}$$

Paradosso del procuratore

“Se l'imputato fosse innocente, la probabilità di avere tanti indizi contro di lui sarebbe molto bassa, di conseguenza visti i numerosi indizi contro di lui, possiamo affermare con alta probabilità, oltre ogni ragionevole dubbio, che l'imputato sia colpevole.”

Sembra convincente, ma sarebbe $P(\text{indizi contro} \mid \text{innocente}) = P(\text{innocente} \mid \text{indizi contro})$. Questo non è vero (dalla definizione).

Esempio Tutti gli alunni e le alunne della 3A di una scuola sono stati promossi.

Allora $P(\text{promoss}^* \mid 3A) = 1$. Ma non è vero che $P(3A \mid \text{promoss}^*) = 1$, ossia che le sole persone promosse nella scuola siano in 3A.

Altra possibile obiezione: $P(A \mid B)$ e $P(B \mid A)$ magari non sono uguali, ma saranno legati e comunque “dello stesso ordine di grandezza”.

La prima parte è vera. La seconda no!

Teorema di Bayes

Teorema (Bayes) Dati due eventi A e B , $P(A|B) = \frac{P(B|A)}{P(B)} \cdot P(A)$.

Dimostrazione. $\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A|B) \stackrel{?}{=} \frac{P(B|A)}{P(B)} \cdot P(A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \cdot \frac{P(A)}{P(B)}$ □

Aggiornamento sperimentale: usiamo altre lettere, H un'ipotesi che vogliamo testare, D i dati che raccogliamo con un opportuno esperimento

$$P(H|D) = \frac{P(D|H)}{P(D)} \cdot P(H) = \frac{P(D|H) P(H)}{P(D|H) P(H) + P(D|\bar{H}) P(\bar{H})}$$

Dobbiamo dare una probabilità a ogni evento (e non possiamo dare 0 o 1).

Se non conosciamo $P(D)$ possiamo usare la formula di fattorizzazione.

Verifica di ipotesi binarie

Spesso vogliamo confrontare un'ipotesi con il suo opposto.

Esempio Test per la CoViD: H = “malato”, $\bar{H}$ = “sano”

Anche per $\bar{H}$ vale l'aggiornamento (il teorema di Bayes): $P(\bar{H}|D) = P(\bar{H}) \frac{P(D|\bar{H})}{P(D)}$.

Possiamo prendere il rapporto tra le due identità (semplificando $P(D)$):

$$\frac{P(H|D)}{P(\bar{H}|D)} = \frac{P(H)}{P(\bar{H})} \cdot \frac{P(D|H)}{P(D|\bar{H})}$$

Gli *odds* a posteriori di H dato D ($O(H|D) := \frac{P(H|D)}{P(\bar{H}|D)}$) sono uguali agli odds a priori di H , ossia $O(H) := \frac{P(H)}{P(\bar{H})}$, moltiplicati per il *rapporto di verosimiglianza* $\frac{P(D|H)}{P(D|\bar{H})}$.

Questa scrittura ci libera dal bisogno di usare la formula di fattorizzazione a denominatore.

Aggiornamenti ripetuti

Esempio Andrea sta avendo conversazioni interessanti con una persona che ha incontrato online. Tuttavia, dopo aver avuto cattive esperienze in passato, vuole impegnarsi solo con un potenziale buon partner.

Sul sito di riferimento ci sono 2000000 potenziali partner per Andrea, di cui 2000 sono buoni partner. Gli appuntamenti con buoni partner sono completamente positivi 9 volte su 10, con partner non ideali 1 volta su 20.

È una buona idea iniziare una relazione seria? (H = “persona è buon partner”)

A priori $O(H) = \frac{1}{999}$, ma possiamo fare un esperimento: uscire

D_1 = “appuntamento positivo”: la verosimiglianza è $\frac{P(D_1|H)}{P(D_1|\bar{H})} = \frac{9}{10} \cdot \frac{20}{1} = 18$, dunque a posteriori

$$O(H|D_1) = \frac{1}{999} \cdot 18 = \frac{2}{111}.$$

Aggiornamenti ripetuti (cont.)

Andrea va a un secondo appuntamento (assumiamo indipendenza) e osserva D_2 = “appuntamento positivo”: la verosimiglianza è $\frac{P(D_2|D_1 H)}{P(D_2|D_1 \bar{H})} = \frac{P(D_2|H)}{P(D_2|\bar{H})} = 18$ e gli odd

$$O(H|D_2 D_1) = O(H|D_1) \cdot 18 = \frac{2}{111} \cdot 18 = \frac{12}{37}.$$

Osservazione Abbiamo moltiplicato di nuovo per lo stesso rapporto di verosimiglianza!

Se D_3 = “appuntamento non positivo”, la verosimiglianza $\frac{P(D_3|D_2 D_1 H)}{P(D_3|D_2 D_1 \bar{H})} = \frac{P(D_3|H)}{P(D_3|\bar{H})} = \frac{1}{10} \cdot \frac{20}{19} = \frac{2}{19} \neq \frac{1}{18}$ e gli odds a posteriori sono ora

$$O(H|D_3 D_2 D_1) = O(H|D_2 D_1) \cdot \frac{2}{19} = \frac{24}{703} > \frac{2}{111}.$$

Il contributo di due risultati opposti non è nullo!

log-odds

Mettiamoci nei panni di Andrea: moltiplicare i vari termini è un po' difficile, a mente, sommare sarebbe più facile...

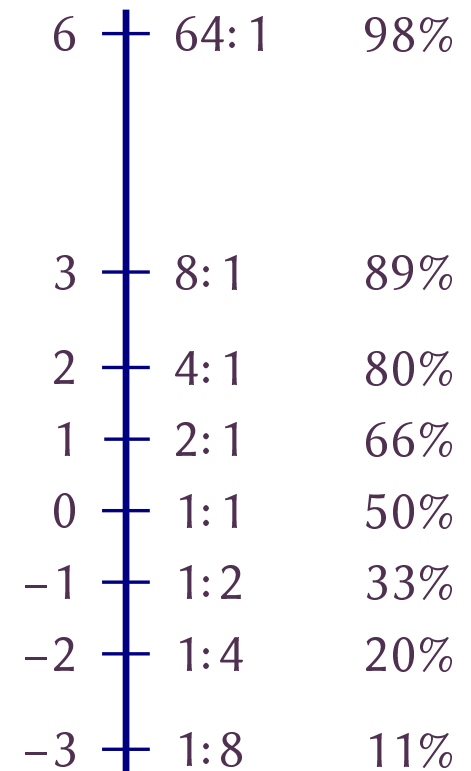
Prendiamo i logaritmi: il teorema di Bayes diventa

$$\log O(H|D) = \log O(H) + \log \left(\frac{P(D|H)}{P(D|\bar{H})} \right)$$

Abbiamo una nuova rappresentazione delle plausibilità, in una scala che va da $-\infty$ a $+\infty$

$\log O(H|D)$ è la *convinzione*, misurata in *bit* o *decibel*.

La convinzione per H dato D è la convinzione a priori più la log-verosimiglianza di H , $\log \left(\frac{P(D|H)}{P(D|\bar{H})} \right) =: e(D|H, \bar{H})$, che possiamo anche chiamare *evidenza*.



Osservazioni

- Con i logodds la certezza è irraggiungibile (è all'infinito)!
- Ma per accettare affermazioni estreme abbiamo bisogno di evidenze estreme.
- Affrontiamo anche il bias di conferma (che ci farebbe valutare di più quello che concorda con la nostra opinione pregressa): il ritorno marginale dell'evidenza concorde all'ipotesi più probabile è decrescente.
- Lavorare coi rapporti (odds) ci fa “risparmiare”: probabilità relativa e non assoluta.
- I logaritmi (in particolare se li pensiamo in base 10) ci dicono che quello che conta sono le stime degli ordini di grandezza relativi: possiamo essere abbastanza rozzi nelle nostre stime delle probabilità.

Come continuare? Disaccordo razionale o Elezioni in Venezuela?

Qualcosa di inquietante...

Domanda Se due persone A e B hanno punti di vista differenti (cioè prior diverse) su una certa questione S e diamo loro una certa quantità di nuove informazioni $D_1, \dots, D_n$, parzialmente a favore di S e parzialmente contrarie, ci aspettiamo che, al crescere di n le loro convinzioni (posterior) convergano a un accordo?

Verrebbe da rispondere positivamente: in fondo per n sufficientemente grande la maggior parte delle informazioni sarà in comune. Eppure sappiamo che la realtà mostra il contrario.

Significa che le persone sono irrazionali? Proviamo a indagare in modo più rigoroso.

Convinzioni diverse

Supponiamo che le informazioni iniziali a disposizione di A e B (quelle che contribuiscono alle loro prior) siano I_A e I_B . Supponiamo inoltre che A sia convinto di S e B sia scettico:

$$P(S|I_A) = 1 - \kappa$$

$$P(S|I_B) = 0 + \tilde{\kappa}$$

Ricevono entrambi l'informazione D . Allora per Bayes

$$P(S|D I_A) = P(S|I_A) \frac{P(D|S I_A)}{P(D|I_A)}$$

$$P(S|D I_B) = P(S|I_B) \frac{P(D|S I_B)}{P(D|I_B)}$$

Se per A , D sostiene S , ($P(D|S I_A) > P(D|I_A)$): $P(S|D I_A) \approx P(S|I_A) \approx 1$. Come prima.

D'altra parte se B riconosce che D sostiene S , avremo $P(D|S I_B) > P(D|I_B)$ e dunque

$$P(S|D I_B) > P(S|I_B)$$

Domanda È vero che $|P(S|D I_B) - P(S|D I_A)| < |P(S|I_B) - P(S|I_A)|$?

Conti sulle convinzioni

Non sempre, dipende dalla prior di B : se essa è molto piccola e in particolare è minore della prior di essere imbrogliato, allora la posterior di B non cambierà necessariamente in modo altrettanto forte.

Se riscriviamo questo in termini di convinzione:

$$\log \left[\frac{P(S|D I_A)}{P(S|D I_B)} \right] = \log \left[\frac{P(S|I_A)}{P(S|I_B)} \right] + \log \left[\frac{P(D|S I_A) P(D|I_B)}{P(D|S I_B) P(D|I_A)} \right] =: \log(p) + \log(v) \quad (1)$$

(diverso dalla forma vista prima, perché ora abbiamo informazioni iniziali diverse).

Abbiamo $\log \left[\frac{P(S|I_A)}{P(S|I_B)} \right] > 0$ e c'è convergenza di opinioni se il primo membro di (1) va a 0.

Se $-\log(p) < \log(v) < 0$ c'è convergenza monotona (nel senso che A continua ad assegnare a S una plausibilità maggiore). Se $-2\log(p) < \log(v) < -\log(p)$, c'è convergenza, ma con scambio (B è più convinto di S rispetto ad A).

Altrimenti divergono: monotonamente se $\log(v) > 0$, con scambio se $\log(v) < -2\log(p)$.

Succede davvero?

Potrebbe però essere un artificio matematico.

Esempio Il dr. X ha dichiarato in TV che il vaccino contro il CoViD-19 non è sicuro (D). Tre persone A , B e C vedono l'intervista. Le loro prior $P(S|I.)$ sulla sicurezza del vaccino sono $(0.9, 0.1, 0.9)$. Per quanto riguarda l'informazione D , però, concordano su $P(D|\bar{S}I.)$: $(1, 1, 1)$, ma non sull'onestà di X, $P(D|SI.) = (0.01, 0.3, 0.99)$.

In altre parole: A e C credono alla sicurezza del vaccino, B no. Tutti e tre concordano che qualora il vaccino fosse non sicuro, X (noto scettico del vaccino) lo direbbe in TV, ma A si fida completamente dell'onestà intellettuale di X, B si fida abbastanza, mentre C non si fida per nulla.

I tre aggiornano razionalmente le loro convinzioni, ottenendo $P(S|DI.) = (0.083, 0.032, 0.899)$.

Le convinzioni di A e B su S convergono, ma quelle di A e C divergono (anche se inizialmente concordavano tra loro).

Conclusioni

Due elezioni

Nell'estate 2024 si sono tenute in Venezuela le elezioni presidenziali. I primi risultati riportati dai media venezuelani erano i seguenti:

Maduro	5 150 092	
Gonzales	444 5978	
Altri	462 704	
Totale	10 058 774	100

Proviamo a guardare meglio questi dati, magari confrontandoli con quelli che seguono (elezioni presidenziali in Francia 2022, primo turno)

Macron	9 783 058	
Le Pen	8 133 828	
Mélenchon	7 712 520	
Altri	9 503 541	
Totale	35 132 947	100

Cosa possiamo osservare?

Un po' di manipolazioni

- Come vengono solitamente riportati i dati?
- Riusciamo a completare la terza colonna di ciascuna tabella?
- Proviamo ad andare oltre le 3 cifre decimali (ossia oltre il .1 percentuale)
- Che differenze vediamo?
- Nelle elezioni francesi se prendiamo le percentuali arrotondate delle preferenze e le moltiplichiamo per il totale dei voti otteniamo risultati vicini a quelli veri, ma non uguali.
- Nelle elezioni venezuelane l'errore è sull'arrotondamento decimale!

Proviamo allora a studiare la questione con un occhio Bayesiano

Ripassino

Richiamiamo Bayes nella forma “odds”, in cui abbiamo posterior, rapporto di verosimiglianza e prior

$$\frac{P(H_1|E)}{P(H_0|E)} = \frac{P(E|H_1)}{P(E|H_0)} \cdot \frac{P(H_1)}{P(H_0)}$$

Abbiamo bisogno di:

1. una formulazione **precisa** di H_0 , H_1 ed E
2. una stima **ragionevole** della prior $\frac{P(H_1)}{P(H_0)}$
3. una stima **ragionevole** di $P(E|H_0)$
4. una stima **ragionevole** di $P(E|H_1)$

Osservazione Di solito 3. è la più semplice da ottenere, 2. e 4. sono più complicate e tutte dipendono significativamente da 1.

Osservazione Il rapporto non dice nulla sulle probabilità assolute!

Elezioni in Venezuela con gli occhi di Bayes

Osservazione Per ora ci appoggiamo unicamente ai dati riportati, non facciamo altre ipotesi né usiamo altri dati (ad es. exit poll...). Nel caso li aggiungiamo poi.

Passo 1: definiamo H_0 , H_1 ed E . Vediamo **una** scelta possibile.

E . evento in cui i voti totali diffusi per Maduro, Gonzales e Altri sono tutti uguali all'intero più vicino del numero totale di voti moltiplicato per una percentuale arrotondata a 1 cifra decimale (ossia un multiplo intero di 0.1%)

H_0 . è l'ipotesi (nulla, di default) che i voti siano stati diffusi correttamente (o con errori senza conseguenze)

H_1 . è l'ipotesi (alternativa) che i voti totali siano stati manipolati dall'amministrazione uscente

Stima delle prior

Si tratta di qualcosa di estremamente *soggettivo*! Ciascuno ha la propria convinzione, ora dobbiamo catturarla e quantificarla.

Per fortuna non ci interessa il numero preciso, ma solamente l'ordine di grandezza delle probabilità relative:

- se il fatto che ci siano manipolazioni (senza aver visto i dati) ci sembra altrettanto probabile del fatto che non ci siano, allora $\frac{P(H_1)}{P(H_0)} = 1$
- se invece lo riteniamo 10 volte più probabile, $\frac{P(H_1)}{P(H_0)} = 10$ e così via

Esercizio Ognuno si segni la propria convinzione in termini di odds.

La mia è da qualche parte tra 2 e 10, più verso il 10.

Stima di E sotto H_0

Non ci interessa il valore preciso, solo l'ordine di grandezza.

Possiamo guardare solo Maduro e Gonzales (il terzo valore sarà uguale, ± 1)

Scegliamo un modello molto semplice (rasoio di Occam) in cui i voti sono uniformi in un quadrato $[p - \varepsilon, p + \varepsilon] \times [q - \varepsilon, q + \varepsilon]$ con p e q due proporzioni “abbastanza lontane” da 0 e 1 e ε un margine di errore ragionevolmente ampio

Osservazione Vedremo che i valori precisi non sono importanti! Si può anche vedere che la particolare distribuzione non è rilevante.

In questo modello il totale di voti per Maduro è distribuito in un intervallo di ampiezza $2\varepsilon N$ dove $N = 10058774$ è il totale dei voti validi. Stessa cosa per Gonzales (intervallo di uguale ampiezza, anche se centrato altrove).

Quindi il numero di risultati possibili (in questo modello) è circa $(2\varepsilon N)^2$, ugualmente probabili secondo le nostre ipotesi.

Stima di E sotto H_0 (cont.)

Passiamo allora ai casi favorevoli: il numero di risultati che soddisfano le condizioni date per E è per Maduro (e analogamente per Gonzales) $\frac{2\varepsilon}{0.1\%} = 1000 \cdot 2\varepsilon$.

Allora la verosimiglianza di E sotto H_0 è

$$P(E | H_0) \approx \frac{(1000 \cdot 2\varepsilon)^2}{(2\varepsilon N)^2} = \left(\frac{1000}{N}\right)^2 \approx 10^{-8}$$

Giusto per avere un'idea è meno probabile di fare 5 al Superenalotto (8×10^{-7}), ma più probabile di fare 6 (1×10^{-9}), ma come detto non ci interessano le probabilità assolute, solamente il rapporto tra quelle sotto H_0 e H_1 , perché vogliamo valutare quale sia più probabile tra esse, non necessariamente la più probabile in assoluto.

Stima di E sotto H_1

Come anticipato, questa stima è delicata: E potrebbe accadere sotto H_1 , ma non è l'unica possibilità (ne discuteremo anche altre, poi).

Quello che possiamo fare è una stima “alla Fermi” dell'ordine di grandezza, lavorando su “catene di eventi”, ossia una sequenza di varianti di H_1 che ci permette di dare una stima **dal basso** di $P(E|H_1)$.

Definiamo H'_1 come l'evento “ H_1 è vero e l'amministrazione dà indicazioni ai funzionari di riportare i risultati del voto con delle percentuali arrotondate gradite, indipendentemente dai risultati effettivi del voto”.

L'evento H'_1 è “ H_1 è vero e i funzionari obbediscono e generano un resoconto del voto moltiplicando il numero totale di voti per le percentuali richieste, arrotondando all'intero più vicino, senza alcun tentativo di mascherare le proprie azioni.

(cont.)

Allora

$P(E | H_1) \geq P(E \cap H_1'' \cap H_1' | H_1) = P(E | H_1'') P(H_1'' | H_1') P(H_1' | H_1)$, infatti

$$\begin{aligned} \frac{P(E \cap H_1)}{P(H_1)} &\geq \frac{P(E \cap H_1'' \cap H_1' \cap H_1)}{P(H_1)} = \frac{P(E | H_1'' \cap H_1' \cap H_1) P(H_1'' \cap H_1' \cap H_1)}{P(H_1)} \\ &= \frac{P(E | H_1'') P(H_1'' | H_1' \cap H_1) P(H_1' \cap H_1)}{P(H_1)} = \frac{P(E | H_1'') P(H_1'' | H_1') P(H_1' | H_1) P(H_1)}{P(H_1)} \end{aligned}$$

E quindi

$$\frac{P(H_1 | E)}{P(H_0 | E)} = \frac{P(E | H_1)}{P(E | H_0)} \frac{P(H_1)}{P(H_0)} \gtrsim 10^8 P(E | H_1'') P(H_1'' | H_1') P(H_1' | H_1) \frac{P(H_1)}{P(H_0)}$$

e non ci resta che stimare (soggettivamente) le tre probabilità condizionate in mezzo, almeno come ordine di grandezza.

Ultime stime

$P(H'_1 | H_1)$. Supponendo che i risultati siano stati manipolati, quanto è probabile (senza guardare E) che l'amministrazione li abbia manipolati scegliendo percentuali arrotondate e chiedendo ai funzionari di riportare tali risultati?

$P(H''_1 | H_1)$. Supponendo che ai funzionari venga chiesto di riportare totali di voti che corrispondano a percentuali arrotondate, quanto è probabile *a priori* che lo facciano senza far domande e mediante un semplice arrotondamento e non in modo più sofisticato?

$P(E | H''_1)$. Se i funzionari obbediscono agli ordini, quanto è plausibile a priori che i risultati vengano riportati in questo modo, senza porsi dubbi?

Osservazione È chiaramente molto difficile stimare queste probabilità **ma** ci interessa solo determinare se il loro prodotto sia maggiore di 10^{-8} , ossia se la somma degli ordini di grandezza sia maggiore di -8 . Se così fosse, l'evidenza spinge da H_0 a H_1 .

Bisogna evitare il *confirmation bias*, ma personalmente trovo abbastanza plausibile che ciascuna di esse abbia probabilità maggiore o uguale a $1\% = 10^{-2}$, cosa che fa crescere gli odd a priori di (almeno) 10^2 in favore di H_1 .

Variazioni

Potrebbero esserci altre ipotesi alternative: H_2 un governo straniero ha manomesso il sistema delle elezioni e manipolato i risultati...

Osservazione Stiamo valutando la credibilità di H_1 relativamente ad H_0 , non la sua credibilità assoluta.

C'è, in ambito Bayesiano, la difficoltà di far convivere la nozione di matematica oggettiva con la soggettività delle scelte (e conseguentemente dei risultati).

In realtà questo attrito scompare se pensiamo che l'assegnazione dei valori è una scelta di modello (e quindi necessariamente mediata da noi stessi), mentre la parte oggettiva è quella che trasforma tali valutazioni in una previsione.

Il processo di modellizzazione, ricordiamo, non si conclude con il risultato, ma tale risultato va confrontato (se possibile) con la realtà, eventuali errori considerati...

Domanda Come facciamo ad assegnare delle probabilità al risultato di un'elezione futura?

In conclusione

- Il teorema di Bayes è molto più di un'ovvia identità, basta andare oltre la manipolazione matematica e “caricare” di significato i vari termini.
- Molto spesso non è utile (e nemmeno possibile) calcolare con precisione una probabilità, ma è sufficiente ragionare in termini di ordini di grandezza relativi.
- Bayes e la probabilità condizionata sono matematica che viviamo ogni giorno. Farci caso può migliorare la nostra capacità di prendere decisioni razionali.

Grazie dell'attenzione!



Bibliografia

1. T. Tao, What are the odds, II: the Venezuelan presidential election, blog post, 2024.08.02
2. A. Gelman, Suspicious data pattern in recent Venezuelan election, blog post, 2024.07.31