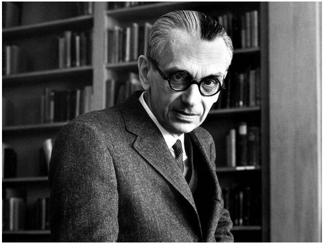
Una prima introduzione alla Logica

Stefano Bonzio

Università di Cagliari

14 Gennaio: giornata mondiale della Logica

Il 14 Gennaio è la data di nascita di Alfred Tarski (1902 - 1983) e la data di morte di Kurt Gödel (1906 - 1978).



Kurt Gödel (e Albert Einstein)

Che cos'è la logica?

Un tentativo di definizione

*La logica è lo **studio del ragionamento e dell'argomentazione** e, in particolare, dei **procedimenti inferenziali**, rivolto a chiarire **quali procedimenti di pensiero siano validi e quali non validi.** La logica è tradizionalmente una delle discipline filosofiche, ma essa riguarda anche numerose attività intellettuali, tra cui matematica, semantica e informatica. In ambito matematico la logica è lo studio di inferenze valide all'interno di alcuni linguaggi formali. Fanno parte degli studi della logica anche quelli per le espressioni verbali dell'analisi logica della proposizione e dell'analisi logica del periodo.*

[Wikipedia]

Che cos’è la logica?

Un tentativo di definizione

*La logica è lo **studio del ragionamento e dell’argomentazione** e, in particolare, dei **procedimenti inferenziali**, rivolto a chiarire **quali procedimenti di pensiero siano validi e quali non validi.** La logica è tradizionalmente una delle discipline filosofiche, ma essa riguarda anche numerose attività intellettuali, tra cui matematica, semantica e informatica. In ambito matematico la logica è lo studio di inferenze valide all’interno di alcuni linguaggi formali. Fanno parte degli studi della logica anche quelli per le espressioni verbali dell’analisi logica della proposizione e dell’analisi logica del periodo.*

[Wikipedia]

Che cos’è la logica?

Dante: un maestro di logica!

ch’assolver non si può chi non si pente,
né pentere e volere insieme puossi
per la contradizion che nol consente.

Oh me dolente! come mi riscossi
quando mi prese dicendomi: “Forse
tu non pensavi ch’io loico fossi!”.

[Dante, *Commedia*, Inferno, Canto XXVII]

- Chi parla (con Dante): Guido da Montefeltro.
- Chi sta citando Guido: il diavolo (che dice di essere un logico!) .

Che cos'è la logica?

Dante: un maestro di logica!

ch'assolver non si può chi non si pente,
né pentere e volere insieme puossi
per la contradizion che nol consente.

Oh me dolente! come mi riscossi
quando mi prese dicendomi: "Forse
tu non pensavi ch'io loico fossi!".

[Dante, *Commedia*, Inferno, Canto XXVII]

- Chi parla (con Dante): Guido da Montefeltro.
- Chi sta citando Guido: il diavolo (che dice di essere un logico!) .

ch'assolver non si può chi non si pente,
né pentere e volere insieme puossi
per la contradizion che nol consente.

Oh me dolente! come mi riscossi
quando mi prese dicendomi: "Forse
tu non pensavi ch'io loico fossi!".

[Dante, *Commedia*, Inferno, Canto XXVII]

- Chi parla (con Dante): Guido da Montefeltro.
- Chi sta citando Guido: il diavolo (che dice di essere un logico!) .

- La logica è la scienza del ragionamento esatto (**corretto**, **valido**)
- La logica è (stata) spesso associata alle cosiddette **leggi del pensiero**
- È lo strumento più adeguato per esprimere in maniera formale come funziona il "ragionare"

- La logica è la scienza del ragionamento esatto (**corretto**, **valido**)
- La logica è (stata) spesso associata alle cosiddette **leggi del pensiero**
- È lo strumento più adeguato per esprimere in maniera formale come funziona il "ragionare"

- La logica è la scienza del ragionamento esatto (**corretto**, **valido**)
- La logica è (stata) spesso associata alle cosiddette **leggi del pensiero**
- È lo strumento più adeguato per esprimere in maniera formale come funziona il "ragionare"

La nascita della logica si colloca generalmente all'interno della filosofica greca antica (Parmenide, Socrate, Platone) ed è quella disciplina che studia ciò che gli antichi greci chiamavano "*lógos*".

Questa parola della lingua greca ha ben più di un significato e può essere tradotta come:

- linguaggio
- pensiero/idea
- parola
- ragionamento/ragione
- argomento

La nascita della logica si colloca generalmente all'interno della filosofica greca antica (Parmenide, Socrate, Platone) ed è quella disciplina che studia ciò che gli antichi greci chiamavano "*lógos*".

Questa parola della lingua greca ha ben più di un significato e può essere tradotta come:

- linguaggio
- pensiero/idea
- parola
- ragionamento/ragione
- argomento

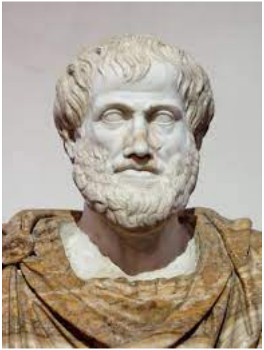
La Logica è proprio lo studio del "*lógos*", ovvero lo studio del pensiero, lo studio del linguaggio e dei ragionamenti che, proprio attraverso il linguaggio, possiamo formulare ed esprimere.

- Il filosofo greco **Aristotele** è considerato il padre della logica che, proprio con lui, diventa una disciplina autonoma a tutti gli effetti.

La Logica è proprio lo studio del "*lógos*", ovvero lo studio del pensiero, lo studio del linguaggio e dei ragionamenti che, proprio attraverso il linguaggio, possiamo formulare ed esprimere.

- Il filosofo greco **Aristotele** è considerato il padre della logica che, proprio con lui, diventa una disciplina autonoma a tutti gli effetti.

Aristotele: il padre della Logica



Aristotele svolge un'analisi molto dettagliata delle varie parti del discorso e dei rapporti tra segni linguistici ed i loro significati. L'invenzione più originale di Aristotele è "*la teoria del sillogismo*", il primo tentativo concreto di studiare i meccanismi del ragionamento in modo rigoroso.

George Boole

Il padre della logica matematica

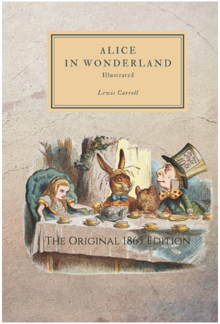
- A metà del 1800, grazie all'opera "*L'analisi matematica della logica*" di **George Boole**, nasce la **logica matematica**, ovvero lo studio delle "leggi del pensiero" mediante strumenti matematici.

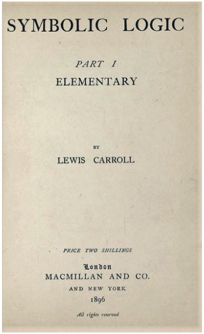
Alan Turing: un logico, padre dell'informatica

- Negli anni '30 del '900, la logica e le idee geniali di un logico matematico di nome **Alan Turing** pongono le basi teoriche (e non solo) di quella che oggi chiamiamo **informatica**.

A. Turing (a sinistra) e B. Cumberbatch (nel ruolo di Turin) nel film "The Imitation Game".

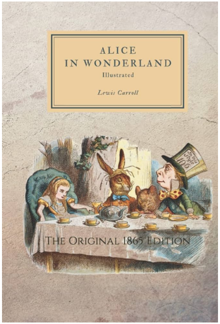
Un logico meno noto (come tale)

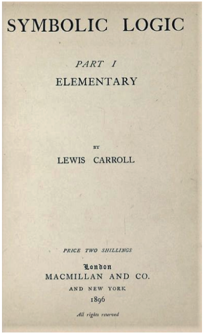




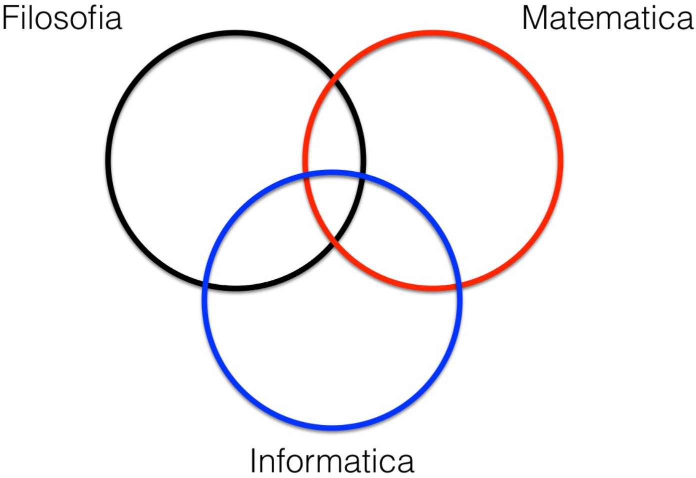
- L. Carroll, che oggi ricordiamo per *Alice nel paese delle meraviglie*, fu docente di logica e autore di un manuale della disciplina.

Un logico meno noto (come tale)





- L. Carroll, che oggi ricordiamo per *Alice nel paese delle meraviglie*, fu docente di logica e autore di un manuale della disciplina.



Filosofia
Matematica
Informatica

Riflessioni

- Cercate di esprimere con parole vostre il significato delle parole “ragionamento”, “inferenza”, “argomento” (potete aiutarvi con un vocabolario).

- Cercate su giornali, libri, libri di testo, programmi TV l’uso della parola logica e chiedetevi se si avvicina ad uno degli usi introdotti in queste slides

Riflessioni

- Cercate di esprimere con parole vostre il significato delle parole “ragionamento”, “inferenza”, “argomento” (potete aiutarvi con un vocabolario).
- Cercate su giornali, libri, libri di testo, programmi TV l’uso della parola logica e chiedetevi se si avvicina ad uno degli usi introdotti in queste slides

Poichè l'obiettivo della logica è di formalizzare i ragionamenti, l'indagine logica ha inizio dal **linguaggio naturale.**

- Quali sono i tasselli "logici" del linguaggio?
- Da quali **configurazioni linguistiche** ha inizio l'indagine logica del linguaggio?

GLI ENUNCIATI

Definizione

Un **enunciato** è un'espressione linguistica a proposito della quale ha senso chiedersi se sia **vera** oppure **falsa**.

Poichè l'obiettivo della logica è di formalizzare i ragionamenti, l'indagine logica ha inizio dal **linguaggio naturale.**

- Quali sono i tasselli "logici" del linguaggio?
- Da quali **configurazioni linguistiche** ha inizio l'indagine logica del linguaggio?

GLI ENUNCIATI

Definizione

Un **enunciato** è un'espressione linguistica a proposito della quale ha senso chiedersi se sia **vera** oppure **falsa.**

Poichè l'obiettivo della logica è di formalizzare i ragionamenti, l'indagine logica ha inizio dal **linguaggio naturale.**

- Quali sono i tasselli "logici" del linguaggio?
- Da quali **configurazioni linguistiche** ha inizio l'indagine logica del linguaggio?

GLI ENUNCIATI

Definizione

Un **enunciato** è un'espressione linguistica a proposito della quale ha senso chiedersi se sia **vera** oppure **falsa**.

Poichè l'obiettivo della logica è di formalizzare i ragionamenti, l'indagine logica ha inizio dal **linguaggio naturale.**

- Quali sono i tasselli "logici" del linguaggio?
- Da quali **configurazioni linguistiche** ha inizio l'indagine logica del linguaggio?

GLI ENUNCIATI

Definizione

Un **enunciato** è un'espressione linguistica a proposito della quale ha senso chiedersi se sia **vera** oppure **falsa**.

Poichè l’obiettivo della logica è di formalizzare i ragionamenti, l’indagine logica ha inizio dal **linguaggio naturale.**

- Quali sono i tasselli “logici” del linguaggio?
- Da quali **configurazioni linguistiche** ha inizio l’indagine logica del linguaggio?

GLI ENUNCIATI

Definizione

Un **enunciato** è un’espressione linguistica a proposito della quale ha senso chiedersi se sia **vera** oppure **falsa.**

- Oggi il cielo è grigio
- Mia madre ha 60 anni e mio padre ne ha 65
- I gatti sono felini
- In questo momento a Londra vivono esattamente 137 persone con i capelli rossi
- Gianni è irlandese

NON sono enunciati

- Che ore sono?
- Maria, la sorella di Luca
- Passatemi il gesso!

- Oggi il cielo è grigio
- Mia madre ha 60 anni e mio padre ne ha 65
- I gatti sono felini
- In questo momento a Londra vivono esattamente 137 persone con i capelli rossi
- Gianni è irlandese

NON sono enunciati

- Che ore sono?
- Maria, la sorella di Luca
- Passatemi il gesso!

- Oggi il cielo è grigio
- Mia madre ha 60 anni e mio padre ne ha 65
- I gatti sono felini
- In questo momento a Londra vivono esattamente 137 persone con i capelli rossi
- Gianni è irlandese

NON sono enunciati

- Che ore sono?
- Maria, la sorella di Luca
- Passatemi il gesso!

La struttura logica del linguaggio

Gli enunciati

- Oggi il cielo è grigio
- Mia madre ha 60 anni e mio padre ne ha 65
- I gatti sono felini
- In questo momento a Londra vivono esattamente 137 persone con i capelli rossi
- Gianni è irlandese

NON sono enunciati

- Che ore sono?
- Maria, la sorella di Luca
- Passatemi il gesso!

- Oggi il cielo è grigio
- Mia madre ha 60 anni e mio padre ne ha 65
- I gatti sono felini
- In questo momento a Londra vivono esattamente 137 persone con i capelli rossi
- Gianni è irlandese

NON sono enunciati

- Che ore sono?
- Maria, la sorella di Luca
- Passatemi il gesso!

- Oggi il cielo è grigio
- Mia madre ha 60 anni e mio padre ne ha 65
- I gatti sono felini
- In questo momento a Londra vivono esattamente 137 persone con i capelli rossi
- Gianni è irlandese

NON sono enunciati

- Che ore sono?
- Maria, la sorella di Luca
- Passatemi il gesso!

Gli enunciati si dividono in **atomici** (semplici) e **composti**

Definizione

Un enunciato è **atomico** (semplice) se non può essere scomposto in parti che siano a loro volta enunciati

Esempi

- Lorenzo è alto
- Genova si trova sul mare
- Firenze si trova tra Bologna e Roma
- 2 divide 8

Gli enunciati si dividono in **atomici** (semplici) e **composti**

Definizione

Un enunciato è **atomico** (semplice) se non può essere scomposto in parti che siano a loro volta enunciati

Esempi

- Lorenzo è alto
- Genova si trova sul mare
- Firenze si trova tra Bologna e Roma
- 2 divide 8

Gli enunciati si dividono in **atomici** (semplici) e **composti**

Definizione

Un enunciato è **atomico** (semplice) se non può essere scomposto in parti che siano a loro volta enunciati

Esempi

- Lorenzo è alto
- Genova si trova sul mare
- Firenze si trova tra Bologna e Roma
- 2 divide 8

Gli enunciati **composti** NON sono enunciati atomici

Definizione

Un enunciato è **composto** se può essere scomposto in una o più parti che sono ancora enunciati (atomici o composti)

Esempi

- Oggi c'è il sole **e** fa caldo $\Rightarrow$ "Oggi c'è il sole", "oggi fa caldo" sono ancora enunciati
- Ieri **non** sono andato al mare $\Rightarrow$ "Ieri sono andato al mare" è un enunciato

Gli enunciati **composti** NON sono enunciati atomici

Definizione

Un enunciato è **composto** se può essere scomposto in una o più parti che sono ancora enunciati (atomici o composti)

Esempi

- Oggi c'è il sole **e** fa caldo $\Rightarrow$ "Oggi c'è il sole", "oggi fa caldo" sono ancora enunciati
- Ieri **non** sono andato al mare $\Rightarrow$ "Ieri sono andato al mare" è un enunciato

Gli enunciati **composti** NON sono enunciati atomici

Definizione

Un enunciato è **composto** se può essere scomposto in una o più parti che sono ancora enunciati (atomici o composti)

Esempi

- Oggi c'è il sole **e** fa caldo $\Rightarrow$ "Oggi c'è il sole", "oggi fa caldo" sono ancora enunciati
- Ieri **non** sono andato al mare $\Rightarrow$ "Ieri sono andato al mare" è un enunciato

Gli enunciati **composti** NON sono enunciati atomici

Definizione

Un enunciato è **composto** se può essere scomposto in una o più parti che sono ancora enunciati (atomici o composti)

Esempi

- Oggi c'è il sole **e** fa caldo $\Rightarrow$ "Oggi c'è il sole", "oggi fa caldo" sono ancora enunciati
- Ieri **non** sono andato al mare $\Rightarrow$ "Ieri sono andato al mare" è un enunciato

Così come l'algebra ha le sue operazioni, la logica è caratterizzata da 5 operazioni fondamentali, i **connettivi**, tramite le quali costruire nuovi enunciati a partire da enunciati dati

Negazione

A:= "Anna è sorella di Franco".
Applicando la negazione ¬ che leggiamo come "non" otteniamo l'enunciato composto
¬A:= "Anna non è sorella di Franco"

La negazione è un *connettivo unario*, perchè si applica ad un SOLO enunciato

Così come l'algebra ha le sue operazioni, la logica è caratterizzata da 5 operazioni fondamentali, i **connettivi**, tramite le quali costruire nuovi enunciati a partire da enunciati dati

Negazione

A:= "Anna è sorella di Franco".
Applicando la negazione $\neg$ che leggiamo come "non" otteniamo l'enunciato composto
$\neg$A:= "Anna non è sorella di Franco"

La negazione è un *connettivo unario*, perchè si applica ad un SOLO enunciato

Così come l'algebra ha le sue operazioni, la logica è caratterizzata da 5 operazioni fondamentali, i **connettivi**, tramite le quali costruire nuovi enunciati a partire da enunciati dati

Negazione

A:= "Anna è sorella di Franco".
Applicando la negazione $\neg$ che leggiamo come "non" otteniamo l'enunciato composto
$\neg$A:= "Anna non è sorella di Franco"

La negazione è un *connettivo unario*, perchè si applica ad un SOLO enunciato

Considero due enunciati atomici:
A:= “Anna è sorella di Franco”
B:= “Stefano è amico di Teresa”

Congiunzione $\wedge$

$A \wedge B$:= “Anna è sorella di Franco <u>e</u> Stefano è amico di Teresa”

Disgiunzione $\vee$

$A \vee B$:= “Anna è sorella di Franco <u>o</u> Stefano è amico di Teresa”

$\wedge$, $\vee$ sono connettivi *binari* perchè si applicano a due enunciati

Considero due enunciati atomici:
A:= “Anna è sorella di Franco”
B:= “Stefano è amico di Teresa”

Congiunzione $\wedge$

A $\wedge$ B:= “Anna è sorella di Franco e Stefano è amico di Teresa”

Disgiunzione $\vee$

A $\vee$ B:= “Anna è sorella di Franco o Stefano è amico di Teresa”

$\wedge$, $\vee$ sono connettivi *binari* perchè si applicano a due enunciati

Considero due enunciati atomici:
A:= “Anna è sorella di Franco”
B:= “Stefano è amico di Teresa”

Congiunzione $\wedge$

$A \wedge B$:= “Anna è sorella di Franco e Stefano è amico di Teresa”

Disgiunzione $\vee$

$A \vee B$:= “Anna è sorella di Franco o Stefano è amico di Teresa”

$\wedge$, $\vee$ sono connettivi *binari* perchè si applicano a due enunciati

Considero due enunciati atomici:
A:= “Anna è sorella di Franco”
B:= “Stefano è amico di Teresa”

Congiunzione $\wedge$

$A \wedge B$:= “Anna è sorella di Franco <u>e</u> Stefano è amico di Teresa”

Disgiunzione $\vee$

$A \vee B$:= “Anna è sorella di Franco <u>o</u> Stefano è amico di Teresa”

$\wedge$, $\vee$ sono connettivi *binari* perchè si applicano a due enunciati

Consideriamo ancora gli enunciati (atomici)
A:= “Anna è sorella di Franco”
B:= “Stefano è amico di Teresa”

Implicazione $\rightarrow$ (leggiamo “se...allora”)

$A \rightarrow B$:= “Se Anna è sorella di Franco allora Stefano è amico di Teresa”

Doppia implicazione $\leftrightarrow$ (leggiamo “se e solo se”)

$A \leftrightarrow B$:= “Anna è sorella di Franco se e solo se Stefano è amico di Teresa”

Anche $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$ sono connettivi *binari*

Consideriamo ancora gli enunciati (atomici)
A:= “Anna è sorella di Franco”
B:= “Stefano è amico di Teresa”

Implicazione $\rightarrow$ (leggiamo “se...allora”)

A $\rightarrow$ B:= “Se Anna è sorella di Franco allora Stefano è amico di Teresa”

Doppia implicazione $\leftrightarrow$ (leggiamo “se e solo se”)

A $\leftrightarrow$ B:= “Anna è sorella di Franco se e solo se Stefano è amico di Teresa”

Anche $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$ sono connettivi *binari*

Consideriamo ancora gli enunciati (atomici)
A:= “Anna è sorella di Franco”
B:= “Stefano è amico di Teresa”

Implicazione $\rightarrow$ (leggiamo “se...allora”)

A $\rightarrow$ B:= “Se Anna è sorella di Franco allora Stefano è amico di Teresa”

Doppia implicazione $\leftrightarrow$ (leggiamo “se e solo se”)

A $\leftrightarrow$ B:= “Anna è sorella di Franco se e solo se Stefano è amico di Teresa”

Anche $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$ sono connettivi *binari*

Consideriamo ancora gli enunciati (atomici)
A:= “Anna è sorella di Franco”
B:= “Stefano è amico di Teresa”

Implicazione $\rightarrow$ (leggiamo “se...allora”)

$A \rightarrow B$:= “Se Anna è sorella di Franco allora Stefano è amico di Teresa”

Doppia implicazione $\leftrightarrow$ (leggiamo “se e solo se”)

$A \leftrightarrow B$:= “Anna è sorella di Franco se e solo se Stefano è amico di Teresa”

Anche $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$ sono connettivi *binari*

Esercizi

1. **Individuare gli enunciati atomici tra le seguenti frasi:**

    A) Sebbene sia stato malato, sono riuscito ugualmente a studiare.
    B) Quando piove normalmente non c'è il sole.
    C) Solo in presenza di grandi quantità di sale l'acqua non ghiaccia a zero gradi.
    D) Andremo al mare oppure in montagna, ma certamente non faremo entrambe le cose.

2. **Elencare i connettivi che sono stati usati nei precedenti enunciati.**

La definizione di **enunciato** è stata data utilizzando i concetti di “essere vero” o “essere falso”.
Vediamo quali sono i principi cardini della Logica Classica

3 principi fondamentali

- **Principio di Bivalenza** I possibili valori di verità attribuiti ad un enunciato sono esattamente due: il *vero* e il *falso*.
- **Principio di Determinatezza** Ad ogni enunciato si può attribuire uno ed un solo valore di verità.
- **Principio di Verofunzionalità** Il valore di verità di un enunciato composto è determinato dal valore di verità degli enunciati atomici costituenti

La definizione di **enunciato** è stata data utilizzando i concetti di "essere vero" o "essere falso".
Vediamo quali sono i principi cardini della Logica Classica

3 principi fondamentali

- **Principio di Bivalenza** I possibili valori di verità attribuiti ad un enunciato sono esattamente due: il *vero* e il *falso*.
- **Principio di Determinatezza** Ad ogni enunciato si può attribuire uno ed un solo valore di verità.
- **Principio di Verofunzionalità** Il valore di verità di un enunciato composto è determinato dal valore di verità degli enunciati atomici costituenti

La definizione di **enunciato** è stata data utilizzando i concetti di "essere vero" o "essere falso".
Vediamo quali sono i principi cardini della Logica Classica

3 principi fondamentali

- **Principio di Bivalenza** I possibili valori di verità attribuiti ad un enunciato sono esattamente due: il *vero* e il *falso*.
- **Principio di Determinatezza** Ad ogni enunciato si può attribuire uno ed un solo valore di verità.
- **Principio di Verofunzionalità** Il valore di verità di un enunciato composto è determinato dal valore di verità degli enunciati atomici costituenti

La definizione di **enunciato** è stata data utilizzando i concetti di "essere vero" o "essere falso".
Vediamo quali sono i principi cardini della Logica Classica

3 principi fondamentali

- **Principio di Bivalenza** I possibili valori di verità attribuiti ad un enunciato sono esattamente due: il *vero* e il *falso*.
- **Principio di Determinatezza** Ad ogni enunciato si può attribuire uno ed un solo valore di verità.
- **Principio di Verofunzionalità** Il valore di verità di un enunciato composto è determinato dal valore di verità degli enunciati atomici costituenti

La definizione di **enunciato** è stata data utilizzando i concetti di "essere vero" o "essere falso".
Vediamo quali sono i principi cardini della Logica Classica

3 principi fondamentali

- **Principio di Bivalenza** I possibili valori di verità attribuiti ad un enunciato sono esattamente due: il *vero* e il *falso*.
- **Principio di Determinatezza** Ad ogni enunciato si può attribuire uno ed un solo valore di verità.
- **Principio di Verofunzionalità** Il valore di verità di un enunciato composto è determinato dal valore di verità degli enunciati atomici costituenti

Per il Principio di Verofunzionalità, la verità di enunciato composto, dipende unicamente dal valore di verità degli enunciati componenti.

Le tavole di verità ci dicono come funzione questa dipendenza.

Negazione ($\neg$)

A	$\neg$ A
V	F
F	V

- la negazione *inverte* il valore di verità

Le tavole di verità

Negazione

Per il Principio di Verofunzionalità, la verità di enunciato composto, dipende <u>unicamente</u> dal valore di verità degli enunciati componenti.

Le tavole di verità ci dicono come funzione questa dipendenza.

Negazione ($\neg$)

A	$\neg$ A
V	F
F	V

- la negazione *inverte* il valore di verità

Per il Principio di Verofunzionalità, la verità di enunciato composto, dipende unicamente dal valore di verità degli enunciati componenti.

Le tavole di verità ci dicono come funzione questa dipendenza.

Negazione ($\neg$)

A	$\neg A$
V	F
F	V

- la negazione *inverte* il valore di verità

Per il Principio di Verofunzionalità, la verità di enunciato composto, dipende unicamente dal valore di verità degli enunciati componenti.

Le tavole di verità ci dicono come funzione questa dipendenza.

Negazione ($\neg$)

A	$\neg$ A
V	F
F	V

- la negazione *inverte* il valore di verità

Le tavole di verità

Congiunzione e disgiunzione

Congiunzione ($\wedge$)

A	B	A $\wedge$ B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

- La congiunzione è vera nell'unico caso in cui i due enunciati congiunti siano **entrambi veri**
- La congiunzione è **commutativa**

Congiunzione ($\wedge$)

A	B	A $\wedge$ B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

- La congiunzione è vera nell'unico caso in cui i due enunciati congiunti siano **entrambi veri**
- La congiunzione è **commutativa**

Congiunzione ($\wedge$)

A	B	A $\wedge$ B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

- La congiunzione è vera nell'unico caso in cui i due enunciati congiunti siano **entrambi veri**
- La congiunzione è **commutativa**

Disgiunzione ($\vee$)

A	B	A $\vee$ B
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- La disgiunzione è falsa nell'unico caso in cui i due enunciati disgiunti siano entrambi falsi (e vera in tutti gli altri casi)
- La disgiunzione è commutativa

Disgiunzione ($\vee$)

A	B	$A \vee B$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- La disgiunzione è falsa nell'unico caso in cui i due enunciati disgiunti siano entrambi falsi (e vera in tutti gli altri casi)
- La disgiunzione è commutativa

Disgiunzione ($\vee$)

A	B	$A \vee B$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- La disgiunzione è falsa nell'unico caso in cui i due enunciati disgiunti siano entrambi falsi (e vera in tutti gli altri casi)
- La disgiunzione è commutativa

Si può introdurre un tipo di disgiunzione diversa da $\vee$, il cui uso è molto frequente nel linguaggio naturale: la **disgiunzione esclusiva**.

Disgiunzione esclusiva ($\dot{\vee}$)

A	B	$A \dot{\vee} B$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- Una disgiunzione esclusiva ($\dot{\vee}$) è vera quando esattamente uno dei disgiunti è vero

Si può introdurre un tipo di disgiunzione diversa da $\vee$, il cui uso è molto frequente nel linguaggio naturale: la **disgiunzione esclusiva.**

Disgiunzione esclusiva ($\dot{\vee}$)

A	B	A $\dot{\vee}$ B
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- Una disgiunzione esclusiva ($\dot{\vee}$) è vera quando esattamente uno dei disgiunti è vero

Si può introdurre un tipo di disgiunzione diversa da $\vee$, il cui uso è molto frequente nel linguaggio naturale: la **disgiunzione esclusiva**.

Disgiunzione esclusiva ($\dot{\vee}$)

A	B	A $\dot{\vee}$ B
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- Una disgiunzione esclusiva ($\dot{\vee}$) è vera quando <u>esattamente</u> uno dei disgiunti è vero

Implicazione ($\rightarrow$)

A	B	$A \rightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

A si chiama **antecedente** dell'implicazione, *B* **conseguente**

- L'implicazione è *falsa* nell'unico caso in cui l'antecedente è vero mentre il conseguente è falso
- L'implicazione **non è commutativa**

Implicazione ($\to$)

A	B	$A \to B$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

A si chiama **antecedente** dell'implicazione, B **conseguente**

- L'implicazione è *falsa* nell'unico caso in cui l'antecedente è vero mentre il conseguente è falso
- L'implicazione **non è commutativa**

Implicazione ($\rightarrow$)

A	B	A $\rightarrow$ B
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

A si chiama **antecedente** dell'implicazione, *B* **conseguente**

- L'implicazione è *falsa* nell'unico caso in cui l'antecedente è vero mentre il conseguente è falso
- L'implicazione **non è commutativa**

Doppia implicazione ($\leftrightarrow$)

A	*B*	A $\leftrightarrow$ B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

- La doppia implicazione (o *bicondizionale*) è vera solo quando i due enunciati che connette hanno lo stesso valore di verità.
- La doppia implicazione esprime l'equivalenza logica tra enunciati

Doppia implicazione ($\leftrightarrow$)

A	B	A $\leftrightarrow$ B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

- La doppia implicazione (o *bicondizionale*) è vera solo quando i due enunciati che connette hanno lo stesso valore di verità.
- La doppia implicazione esprime l'equivalenza logica tra enunciati

Doppia implicazione ($\leftrightarrow$)

A	B	A $\leftrightarrow$ B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

- La doppia implicazione (o *bicondizionale*) è vera solo quando i due enunciati che connette hanno lo stesso valore di verità.
- La doppia implicazione esprime l'equivalenza logica tra enunciati

Esercizio

Un uomo viene processato per furto. Il pubblico ministero e l'avvocato difensore nell'ultima udienza fanno le seguenti affermazioni:

PM: "Se l'imputato è colpevole, allora ha avuto un complice"
Avvocato: "Ciò non è vero"

Supponendo che l'affermazione dell'avvocato riportata sopra sia vera, cosa si può dire con certezza?

A) che l'imputato verrà assolto
B) che l'imputato verrà condannato insieme al complice
C) che l'imputato viene assolto, ma il complice condannato
D) che l'imputato verrà ritenuto colpevole e quindi condannato
E) non si può concludere nulla con certezza

Esercizio

Un uomo viene processato per furto. Il pubblico ministero e l'avvocato difensore nell'ultima udienza fanno le seguenti affermazioni:

PM: "Se l'imputato è colpevole, allora ha avuto un complice"
Avvocato: "Ciò non è vero"

Supponendo che l'affermazione dell'avvocato riportata sopra sia vera, cosa si può dire con certezza?

A) che l'imputato verrà assolto
B) che l'imputato verrà condannato insieme al complice
C) che l'imputato viene assolto, ma il complice condannato
D) che l'imputato verrà ritenuto colpevole e quindi condannato
E) non si può concludere nulla con certezza

Esercizio

Un uomo viene processato per furto. Il pubblico ministero e l'avvocato difensore nell'ultima udienza fanno le seguenti affermazioni:

PM: "Se l'imputato è colpevole, allora ha avuto un complice"
Avvocato: "Ciò non è vero"

Supponendo che l'affermazione dell'avvocato riportata sopra sia vera, cosa si può dire con certezza?

A) che l'imputato verrà assolto
B) che l'imputato verrà condannato insieme al complice
C) che l'imputato viene assolto, ma il complice condannato
D) che l'imputato verrà ritenuto colpevole e quindi condannato
E) non si può concludere nulla con certezza

Il linguaggio naturale, quello che usiamo ogni giorno, è incredibilmente ricco di **espressioni linguistiche** e **sfumature lessicali** che, almeno a prima vista, sembra impossibile pensare di ridurre nei termini delle sole cinque operazioni logiche che abbiamo imparato.

In realtà il linguaggio della logica è più potente di quello che sembra ed è in grado di schematizzare moltissime espressioni del linguaggio quotidiano (perdendo però la ricchezza di molte sfumature).

Il linguaggio naturale, quello che usiamo ogni giorno, è incredibilmente ricco di **espressioni linguistiche** e **sfumature lessicali** che, almeno a prima vista, sembra impossibile pensare di ridurre nei termini delle sole cinque operazioni logiche che abbiamo imparato.

In realtà il linguaggio della logica è più potente di quello che sembra ed è in grado di schematizzare moltissime espressioni del linguaggio quotidiano (perdendo però la ricchezza di molte sfumature).

“Quando” viene espresso tramite un’implicazione $\rightarrow$

Quando $\leftrightsquigarrow$ $\rightarrow$

Linguaggio naturale: “Luca sta male quando corre”

Logica: “Se Luca corre allora sta male”

$A \rightarrow B$

A:= Luca corre

B:= Luca sta male

- “Quando” introduce l’antecedente dell’implicazione

"Quando" viene espresso tramite un'implicazione $\rightarrow$

Quando $\leftrightsquigarrow$ $\rightarrow$

Linguaggio naturale: "Luca sta male quando corre"

Logica: "Se Luca corre allora sta male"
$A \rightarrow B$
A:= Luca corre
B:= Luca sta male

- "Quando" introduce l'antecedente dell'implicazione

"Quando" viene espresso tramite un'implicazione $\rightarrow$

Quando $\leftrightsquigarrow$ $\rightarrow$

Linguaggio naturale: "Luca sta male quando corre"

Logica: "Se Luca corre allora sta male"
$A \rightarrow B$
A:= Luca corre
B:= Luca sta male

- "Quando" introduce l'antecedente dell'implicazione

Anche “perchè” viene espresso tramite un’implicazione $\rightarrow$

Perchè $\leftrightsquigarrow$ $\rightarrow$

Linguaggio naturale: “14 è pari perchè è divisibile per 2”

Logica: “Se 14 è divisibile per 2 allora è pari”

$A \rightarrow B$

A:= “14 è divisibile per 2”

B:= “14 è pari”

- “Perchè” introduce l’antecedente dell’implicazione

Anche "perchè" viene espresso tramite un'implicazione $\rightarrow$

Perchè $\leftrightsquigarrow$ $\rightarrow$

Linguaggio naturale: "14 è pari perchè è divisibile per 2"

Logica: "Se 14 è divisibile per 2 allora è pari"

$A \rightarrow B$

A:= "14 è divisibile per 2"

B:= "14 è pari"

- "Perchè" introduce l'antecedente dell'implicazione

Anche “perchè” viene espresso tramite un’implicazione $\rightarrow$

Perchè $\leftrightsquigarrow$ $\rightarrow$

Linguaggio naturale: “14 è pari perchè è divisibile per 2”

Logica: “Se 14 è divisibile per 2 allora è pari”

$A \rightarrow B$

A:= “14 è divisibile per 2”

B:= “14 è pari”

- “Perchè” introduce l’antecedente dell’implicazione

Dal linguaggio naturale al linguaggio logico
Nonostante, ma

“Nonostante” e “ma” vengono espressi dalla congiunzione

Nonostante, ma $\rightsquigarrow$ $\wedge$

Linguaggio naturale: “Luca studia nonostante sia malato”

Logica: “Luca studia e è malato”

Linguaggio naturale: “È agosto ma fa freddo”

Logica:“È agosto e fa freddo”

“Nonostante” e “ma” vengono espressi dalla congiunzione

Nonostante, ma $\leftrightsquigarrow$ $\wedge$

Linguaggio naturale: “Luca studia nonostante sia malato”

Logica: “Luca studia <u>e</u> è malato”

Linguaggio naturale: “È agosto ma fa freddo”

Logica:“È agosto <u>e</u> fa freddo”

"Solo se" corrisponde ad un'implicazione.

ATTENZIONE alla posizione di antecedente e conseguente!

Solo se

Linguaggio naturale: "Luca viene a cena solo se Gianna lo accompagna"

Logica: "Se Luca viene a cena allora Gianna lo accompagna"

- **A solo se B** si formalizza $A \to B$

"Solo se" corrisponde ad un'implicazione.

ATTENZIONE alla posizione di antecedente e conseguente!

Solo se

Linguaggio naturale: "Luca viene a cena solo se Gianna lo accompagna"

Logica: "Se Luca viene a cena allora Gianna lo accompagna"

- **A solo se B** si formalizza $A \to B$

"Solo se" corrisponde ad un'implicazione.

ATTENZIONE alla posizione di antecedente e conseguente!

Solo se

Linguaggio naturale: "Luca viene a cena solo se Gianna lo accompagna"

Logica: "Se Luca viene a cena allora Gianna lo accompagna"

- **A solo se B** si formalizza $A \rightarrow B$

La condizione sufficiente corrisponde ad un’implicazione.

ATTENZIONE alla posizione di antecedente e conseguente!

Condizione sufficiente

Linguaggio naturale: “Condizione sufficiente affinchè Luca sia toscano è che sia fiorentino”

Logica: “Se Luca è fiorentino allora è toscano”

- **A è condizione sufficiente affinchè B** si formalizza $A \to B$

La condizione sufficiente corrisponde ad un'implicazione.

ATTENZIONE alla posizione di antecedente e conseguente!

Condizione sufficiente

Linguaggio naturale: "Condizione sufficiente affinchè Luca sia toscano è che sia fiorentino"

Logica: "Se Luca è fiorentino allora è toscano"

- **A è condizione sufficiente affinchè B** si formalizza $A \to B$

La condizione sufficiente corrisponde ad un'implicazione.

ATTENZIONE alla posizione di antecedente e conseguente!

Condizione sufficiente

Linguaggio naturale: "Condizione sufficiente affinchè Luca sia toscano è che sia fiorentino"

Logica: "Se Luca è fiorentino allora è toscano"

- **A è condizione sufficiente affinchè B** si formalizza $A \to B$

La condizione necessaria corrisponde ad un'implicazione.

ATTENZIONE alla posizione di antecedente e conseguente!

Condizione necessaria

Linguaggio naturale: "Condizione necessaria affinchè Luca abbia la patente è che sia maggiorenne"

Logica: "Se Luca ha la patente allora è maggiorenne"

- **A è condizione necessaria affinchè B** si formalizza $B \to A$

L’implicazione sarà per noi il connettivo principale

$A \rightarrow B$

Un implicazione del tipo $A \rightarrow B$ corrisponde a:

- se A allora B
- A solo se B
- A è condizione sufficiente affinchè B
- B è condizione necessaria affinchè A

$A \leftrightarrow B$

Una doppia implicazione del tipo $A \leftrightarrow B$ corrisponde a:

- A se e solo se B
- se A allora B e se B allora A
- A è condizione necessaria e sufficiente affinchè B

Esercizio

"Non è sufficiente aver comprato un biglietto per volare in aereo; è necessario aver fatto il check in. Mario non ha fatto il check in e dunque non può volare."
Quale tra le seguenti segue la stessa forma logica?

A) Si può entrare allo stadio solo se ho comprato i biglietti per la partita. Domenica sono entrato allo stadio, dunque ho comprato i biglietti.
B) Quando nevica i paesi di montagna rischiano di rimanere isolati per giorni. A volte non serve che nevichi, basta che piova molto affinchè restino isolati.
C) Se si potano le rose a primavera, la successiva fioritura sarà garantita ma Alessia non si applica mai nel giardinaggio, quindi le sue rose sono destinate a non fiorire bene.
D) Luca sa che non basta studiare per superare l'esame, ma bisogna anche essere fortunati, e lui non è certo un tipo baciato dalla fortuna! È certo, non passerà l'esame.
E) Se tutti gli studenti che si presentano al test di ingresso entrassero nel corso di laurea, la facoltà non avrebbe aule sufficienti per garantire lezioni a tutti. Ma non tutti gli studenti possono accedere al corso di laurea, dunque le aule della facoltà saranno in numero sufficiente per tutti gli studenti.

Abbiamo imparato che le **tavole di verità** in generale forniscono uno strumento che permette di capire se un **enunciato composto** sia VERO o FALSO in base ai **valori di verità** degli **enunciati atomici** che lo compongono:

- il valore di $\boxed{\neg A}$ dipende dal valore di A
- il valore di $\boxed{A \wedge B}$ dipende dai singoli valori di A e di B
- il valore di $\boxed{A \vee B}$ dipende dai singoli valori di A e di B
- il valore di $\boxed{A \rightarrow B}$ dipende dai singoli valori di A e di B
- il valore di $\boxed{A \leftrightarrow B}$ dipende dai singoli valori di A e di B

Enunciati soddisfacibili e falsificabili

Verità logiche e contraddizioni

Abbiamo imparato che le **tavole di verità** in generale forniscono uno strumento che permette di capire se un **enunciato composto** sia VERO o FALSO in base ai **valori di verità** degli **enunciati atomici** che lo compongono:

- il valore di $\boxed{\neg A}$ dipende dal valore di A
- il valore di $\boxed{A \wedge B}$ dipende dai singoli valori di A e di B
- il valore di $\boxed{A \vee B}$ dipende dai singoli valori di A e di B
- il valore di $\boxed{A \rightarrow B}$ dipende dai singoli valori di A e di B
- il valore di $\boxed{A \leftrightarrow B}$ dipende dai singoli valori di A e di B

Le tavole di verità sono uno strumento che si può utilizzare per capire in quali casi un enunciato composto è vero e in quali è falso.

Eseguiamo (alla lavagna) le tavole di verità delle seguenti formule:

- $\neg(A \wedge \neg A)$
- $(B \rightarrow A) \wedge (A \vee B)$
- $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

Le tavole di verità sono uno strumento che si può utilizzare per capire in quali casi un enunciato composto è vero e in quali è falso.

Eseguiamo (alla lavagna) le tavole di verità delle seguenti formule:

- $\neg(A \wedge \neg A)$
- $(B \rightarrow A) \wedge (A \vee B)$
- $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

Gli enunciati composti non sono tutti uguali e le tavole di verità portano alla luce importanti proprietà che li caratterizzano e li distinguono gli uni dagli altri.

Soddisfacibilità

Un enunciato è detto soddisfacibile se esiste almeno un'assegnazione di valori alle variabili proposizionali che lo compongono tale da renderlo vero.

$\Rightarrow$ un enunciato è soddisfacibile quando nella tavola di verità ad esso associata compare almeno un valore V.

Gli enunciati composti non sono tutti uguali e le tavole di verità portano alla luce importanti proprietà che li caratterizzano e li distinguono gli uni dagli altri.

Soddisfacibilità

Un enunciato è detto soddisfacibile se esiste almeno un'assegnazione di valori alle variabili proposizionali che lo compongono tale da renderlo vero.

$\Rightarrow$ un enunciato è soddisfacibile quando nella tavola di verità ad esso associata compare almeno un valore V.

Enunciati soddisfacibili e falsificabili

Verità logiche e contraddizioni

Gli enunciati composti non sono tutti uguali e le tavole di verità portano alla luce importanti proprietà che li caratterizzano e li distinguono gli uni dagli altri.

Soddisfacibilità

Un enunciato è detto soddisfacibile se esiste almeno un'assegnazione di valori alle variabili proposizionali che lo compongono tale da renderlo vero.

$\Rightarrow$ un enunciato è soddisfacibile quando nella tavola di verità ad esso associata compare almeno un valore V.

Analogamente possiamo definire gli enunciati falsificabili

Falsificabilità

Un enunciato è detto *falsificabile* se esiste almeno un'assegnazione di valori alle variabili proposizionali che lo compongono tale da renderlo falso.

$\Rightarrow$ un enunciato è falsificabile quando nella tavola di verità ad esso associata compare almeno un valore F.

Analogamente possiamo definire gli enunciati falsificabili

Falsificabilità

Un enunciato è detto *falsificabile* se esiste almeno un'assegnazione di valori alle variabili proposizionali che lo compongono tale da renderlo falso.

$\Rightarrow$ un enunciato è falsificabile quando nella tavola di verità ad esso associata compare almeno un valore F.

Analogamente possiamo definire gli enunciati falsificabili

Falsificabilità

Un enunciato è detto *falsificabile* se esiste almeno un'assegnazione di valori alle variabili proposizionali che lo compongono tale da renderlo falso.

$\Rightarrow$ un enunciato è falsificabile quando nella tavola di verità ad esso associata compare almeno un valore F.

Enunciati soddisfacibili e falsificabili

Verità logiche e contraddizioni

Attenzione! Un enunciato può essere sia soddisfacibile che falsificabile!

Esempio

A	B	$B \rightarrow A$	$A \vee B$	$(B \rightarrow A) \wedge (A \vee B)$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	F	F

- $(B \rightarrow A) \wedge (A \vee B)$ è **soddisfacibile** per $\boxed{A = B = V}$ e $\boxed{A = V, B = F}$
- $(B \rightarrow A) \wedge (A \vee B)$ è **falsificabile** per $\boxed{A = F, B = V}$ e $\boxed{A = B = F}$

Attenzione! Un enunciato può essere sia soddisfacibile che falsificabile!

Esempio

A	B	$B \to A$	$A \vee B$	$(B \to A) \wedge (A \vee B)$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	F	F

- $(B \to A) \wedge (A \vee B)$ è **soddisfacibile** per $\boxed{A = B = V}$ e $\boxed{A = V, B = F}$
- $(B \to A) \wedge (A \vee B)$ è **falsificabile** per $\boxed{A = F, B = V}$ e $\boxed{A = B = F}$

Enunciati soddisfacibili e falsificabili

Verità logiche e contraddizioni

Attenzione! Un enunciato può essere sia soddisfacibile che falsificabile!

Esempio

A	B	$B \to A$	$A \vee B$	$(B \to A) \wedge (A \vee B)$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	F	F

- $(B \to A) \wedge (A \vee B)$ è **soddisfacibile** per $\boxed{A = B = V}$ e $\boxed{A = V, B = F}$
- $(B \to A) \wedge (A \vee B)$ è **falsificabile** per $\boxed{A = F, B = V}$ e $\boxed{A = B = F}$

Consideriamo l'enunciato $\neg(A \vee \neg A)$ e guardiamo la sua tavola di verità:

Esempio

A	$\neg A$	$A \vee \neg A$	$\neg(A \vee \neg A)$
V	F	V	F
F	V	V	F

Questo enunciato non solo è falsificabile, ma non è mai vero!

Enunciati soddisfacibili e falsificabili

Verità logiche e contraddizioni

Consideriamo l'enunciato $\neg(A \vee \neg A)$ e guardiamo la sua tavola di verità:

Esempio

A	$\neg A$	$A \vee \neg A$	$\neg(A \vee \neg A)$
V	F	V	F
F	V	V	F

Questo enunciato non solo è falsificabile, ma non è mai vero!

Consideriamo l'enunciato $\neg(A \vee \neg A)$ e guardiamo la sua tavola di verità:

Esempio

A	$\neg A$	$A \vee \neg A$	$\neg(A \vee \neg A)$
V	F	V	F
F	V	V	F

Questo enunciato non solo è falsificabile, ma non è mai vero!

Consideriamo l'enunciato $\neg(A \vee \neg A)$ e guardiamo la sua tavola di verità:

Esempio

A	$\neg A$	$A \vee \neg A$	$\neg(A \vee \neg A)$
V	F	V	F
F	V	V	F

Questo enunciato non solo è falsificabile, ma non è mai vero!

Gli enunciati che risultano sempre falsi sono quelli che in logica formale vengono chiamati *falsità logiche*:

Contraddizione

Un enunciato è detto *contraddizione* o *alsità logica* se nessuna assegnazione di valori alle variabili proposizionali che lo compongono lo rende vero, ovvero **ogni assegnazione** lo rende **falso.**

$\Rightarrow$ Una contraddizione è una formula la cui tavola di verità dà come risultato F per ogni caso possibile considerato.

Gli enunciati che risultano sempre falsi sono quelli che in logica formale vengono chiamati *falsità logiche*:

Contraddizione

Un enunciato è detto *contraddizione* o *alsità logica* se nessuna assegnazione di valori alle variabili proposizionali che lo compongono lo rende vero, ovvero **ogni assegnazione** lo rende **falso**.

$\Rightarrow$ Una contraddizione è una formula la cui tavola di verità dà come risultato F per ogni caso possibile considerato.

Enunciati soddisfacibili e falsificabili

Verità logiche e contraddizioni

Gli enunciati che risultano sempre falsi sono quelli che in logica formale vengono chiamati *falsità logiche*:

Contraddizione

Un enunciato è detto *contraddizione* o *alsità logica* se nessuna assegnazione di valori alle variabili proposizionali che lo compongono lo rende vero, ovvero **ogni assegnazione** lo rende **falso**.

$\Rightarrow$ Una contraddizione è una formula la cui tavola di verità dà come risultato F per ogni caso possibile considerato.

Consideriamo l'enunciato $A \to (B \to A)$ e guardiamo la sua tavola di verità:

Esempio

A	B	$B \to A$	$A \to (B \to A)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

Questo enunciato non solo è soddisfacibile ma non è mai falso!

Consideriamo l'enunciato $A \to (B \to A)$ e guardiamo la sua tavola di verità:

Esempio

A	B	$B \to A$	$A \to (B \to A)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

Questo enunciato non solo è soddisfacibile ma non è mai falso!

Consideriamo l'enunciato $A \to (B \to A)$ e guardiamo la sua tavola di verità:

Esempio

A	B	$B \to A$	$A \to (B \to A)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

Questo enunciato non solo è soddisfacibile ma non è mai falso!

Gli enunciati che risultano sempre veri sono quelli che in logica formale vengono chiamati *verità logiche*:

Tautologia

Un enunciato è detto *tautologia* o verità logica se **ogni assegnazione** di valori alle variabili proposizionali che lo compongono lo rende **vero**.

$\Rightarrow$ Una tautologia è una formula la cui tavola di verità dà come risultato V per ogni caso possibile considerato.

Enunciati soddisfacibili e falsificabili

Verità logiche e contraddizioni

Gli enunciati che risultano sempre veri sono quelli che in logica formale vengono chiamati *verità logiche*:

Tautologia

Un enunciato è detto *tautologia* o verità logica se **ogni assegnazione** di valori alle variabili proposizionali che lo compongono lo rende **vero**.

$\Rightarrow$ Una tautologia è una formula la cui tavola di verità dà come risultato V per ogni caso possibile considerato.

Gli enunciati che risultano sempre veri sono quelli che in logica formale vengono chiamati *verità logiche*:

Tautologia

Un enunciato è detto *tautologia* o verità logica se **ogni assegnazione** di valori alle variabili proposizionali che lo compongono lo rende **vero**.

$\Rightarrow$ Una tautologia è una formula la cui tavola di verità dà come risultato V per ogni caso possibile considerato.

Esercizi

Si dica se le seguenti formule sono tautologie oppure no; se non lo fossero, indicare un'assegnazione che le falsifica.

1. $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$
2. $(A \vee B) \leftrightarrow (A \rightarrow B)$
3. $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow A \wedge B$
4. $\neg(A \vee B) \rightarrow \neg A \vee \neg B$
5. $\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

Le leggi logiche

Le principali verità logiche

Terzo Escluso

$A \vee \neg A$

Non Contraddizione

$\neg(A \wedge \neg A)$

A Fortiori

$A \to (B \to A)$

Terzo Escluso

$A \lor \neg A$

Non Contraddizione

$\neg(A \land \neg A)$

A Fortiori

$A \to (B \to A)$

Terzo Escluso

$A \vee \neg A$

Non Contraddizione

$\neg(A \wedge \neg A)$

A Fortiori

$A \rightarrow (B \rightarrow A)$

Leggi di De Morgan

$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$
$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

Contrapposizione

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

Legge di Filone

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$

Legge di Crisippo

$\neg(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \wedge \neg B)$

Leggi di De Morgan

$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$
$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

Contrapposizione

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

Legge di Filone

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$

Legge di Crisippo

$\neg(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \wedge \neg B)$

Le leggi logiche

Le principali verità logiche

Leggi di De Morgan

$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$
$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

Contrapposizione

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

Legge di Filone

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$

Legge di Crisippo

$\neg(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \wedge \neg B)$

Leggi di De Morgan

$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$
$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

Contrapposizione

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

Legge di Filone

$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$

Legge di Crisippo

$\neg(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \wedge \neg B)$